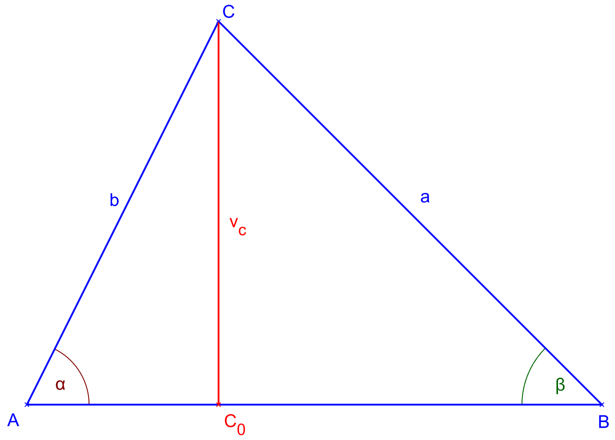
A szinusztétel

(Sínusová veta)

Megoldani egy általános háromszöget azt jelenti, hogy kiszámoljuk minden hiányzó oldalát és szögét. Ehhez három adatát kell ismernünk (de ez nem lehet a három belső szöge, mivel ez csak két adat lenne → a harmadikat kiszámolhatjuk a kettő ismeretében: a belső szögek összege 180°), a többit ezekből ki lehet számítani.
Az általános háromszög megoldásánál nem alakamazhatjuk a Piatgorasz tételt vagy a hegyesszögekre vonatkozó szögfüggvényeket – legalábbis az általános háromszög oldalaira és belső szögeire nem. Viszont egy magasságvonal berajzolásával két derékszögű háromszög keletkezik, melyekben már ezek az összefüggések alkalmazhatók. Csakhogy így egy lépésben nem kapjuk meg a hiányzó oldalt vagy szöget. Kellene egy összefüggés, mely ezt a gondot orvosolja.

Rajzoljunk bele az általános háromszögbe egy magasságvonalat (v_c) majd az így keletkezett két derékszögű háromszögben (CAC_0 és BCC_0) használjunk szögfüggvényt. Mivel a magasságvonalat szeretnénk eliminálni (eltávolítani), így ezt hozzuk összefüggésbe a háromszög oldalaival szögfüggvénny segítségével ⇒ a belső szögek szinusza adódik. Ezután mindkét összefüggésből kifejezzük a magasságvonalat.



$\sin \alpha = \frac{v_c}{b}$ → $b.\sin \alpha = v_c$

$\sin \beta = \frac{v_c}{a}$ → $a.\sin \beta = v_c$

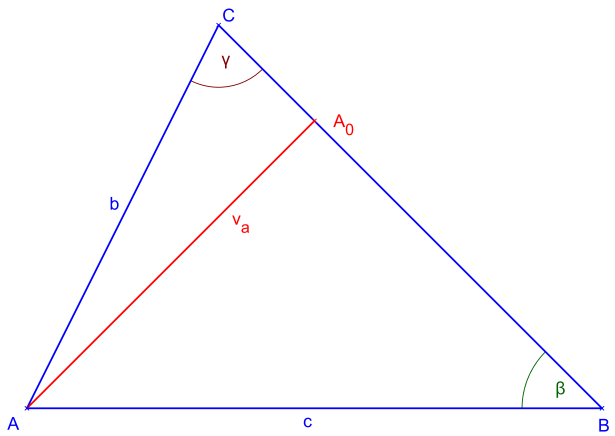
az egyenletek jobb oldalai megegyeznek ⇒ a bal oldalak is egyenlők

$b.\sin \alpha = a.\sin \beta$ $/:(\sin \alpha.\sin \beta)$

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{a}{\sin \alpha}$$

ez az alak „értelmesebb”, mert szemközti elemeket tartalmaz a törtekben – az oldal van osztva a szemközti szög szinuszával

Ha hasonló összefüggéseket írunk fel egy másik magasságvonal segítségével, másik két tört egyenlőségét kapjuk.



$\sin \beta = \frac{v_a}{c}$ → $c.\sin \beta = v_a$

$\sin \gamma = \frac{v_a}{b}$ → $b.\sin \gamma = v_a$

$c.\sin \beta = b.\sin \gamma$ $/:(\sin \beta.\sin \gamma)$

$$\frac{c}{\sin \gamma} = \frac{b}{\sin \beta}$$

T. Egy háromszögben az oldalak és a szemközti szögek szinuszának a hányadosa állandó. Ez a hányados a háromszög köré írt kör átmérőjével azonos.

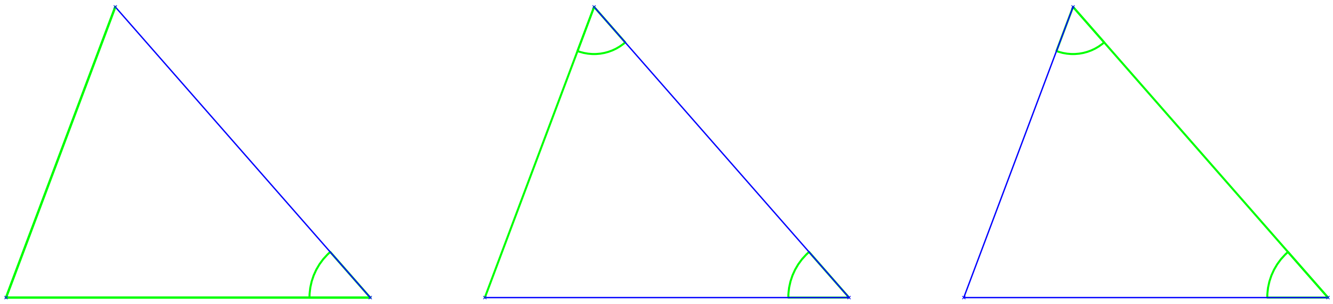
$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2r$$

M. Egy általános háromszög megoldásánál mindig csak két tört egyenlőségét használjuk. Ha a belső szöget számítjuk, akkor célszerű a reciprok alakot alkalmazni.

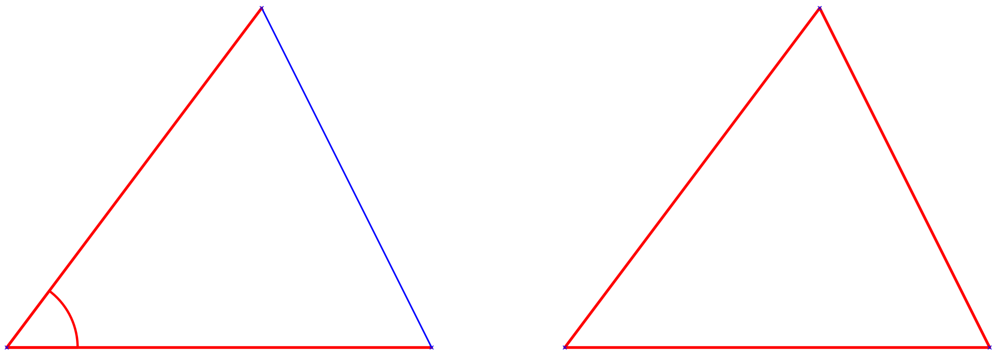
$$\frac{\sin\alpha}{a}=\frac{\sin\beta}{b}=\frac{\sin\gamma}{c}$$

Mikor alkalmazhatjuk a szinusz tételt? Ha ismert a háromszög két szemben lévő eleme (akkor is, ha az egyedüli ismert oldal a harmadik, ismeretlen szöggel szemben van → kiszámoljuk a belső szögek összegéből):

$a; b; \alpha$	$a; b; \beta$	$a; c; \alpha$
$a; c; \gamma$	$b; c; \beta$	$b; c; \gamma$
$a; \alpha; \beta$	$a; \alpha; \gamma$	$a; \beta; \gamma$
$b; \alpha; \beta$	$b; \alpha; \gamma$	$b; \beta; \gamma$
$c; \alpha; \beta$	$c; \alpha; \gamma$	$c; \beta; \gamma$



Mikor nem alkalmazható a szinusz tétel? Ha ismert két oldal és a közrezárt szög vagy ha adott mindhárom oldal.



Hogy járjunk el az ilyen esetekben, és hogy odjuk meg ekkor az általános háromszöget? Ezt a dilemmát oldja meg a következő tétel – a koszinusztétel.