

Gyökkifejezések (Odmocniny)

$$\sqrt[n]{a} = b$$

$$a \in \mathbb{R} \wedge n \in \mathbb{N}$$

az a szám n -edik gyöke (n -edik gyök a)

a

gyöklalap – radikandus (základ odmocniny – odmocnenec)

n

gyökkitevő – exponens (odmocnitel' – exponent)

b

gyök(mennyiség) (hodnota odmocniny)

$$\sqrt[n]{a}$$

gyökkifejezés (odmocnina)

D. Az a szám **n -edik gyöke** az a érték, melyre igaz, hogy ha a b számot az n -edikre emeljük, megkapjuk az a számot (a gyökmennyiséget a gyökkitevőre emelve a gyökalapot kapjuk vissza).

$$\sqrt[n]{a} := b \Leftrightarrow b^n = a$$

M. A gyökvonás a hatványozás inverz művelete.

pl.

$$\sqrt[3]{-27} = -3, \text{ mert } (-3)^3 = -27$$

$$\sqrt[5]{7\,776} = 6, \text{ mert } 6^5 = 7\,776$$

$$\sqrt{256} = 16, \text{ mert } 16^2 = 256 \leftrightarrow \text{de } (-16)^2 = 256 \text{ szintén}$$

$$\sqrt[4]{625} = 5, \text{ mert } 5^4 = 625 \leftrightarrow \text{de } (-5)^4 = 625 \text{ szintén}$$

T. Pozitív számok páros gyökei pozitív számok.

M. A valós számok körében csak a nemnegatív számoknak létezik páros fokszámú gyöke. Amennyiben a gyökvonást kiterjesztjük a középiskolások körében ismert valós számok halmazánál bővebb számhalmazra (az úgynevezett komplex számok halmazára), akkor a negatív számoknak is létezik páros gyöke. Ebből kifolyólag a páros gyökkitevőjű kifejezésekkel való műveletek végrehajtása előtt feltételeket kell szabnunk, hogy bebiztosítsuk azt, hogy a gyökalapba ne kerülhessen negatív szám.

M. A kettes, mint gyökkitevő nem írandó (ha mégis fel van tüntetve, nem számít hibának).

a $\sqrt[2]{x}$ helyett elegendő $\sqrt{x}$

T.

$$\forall a \in \mathbb{R}: \sqrt[n]{a} = a$$

$$\forall n \in \mathbb{N}: \sqrt[n]{0} = 0$$

$$\forall n \in \mathbb{N}: \sqrt[n]{1} = 1$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \wedge \forall a \in \mathbb{R}: \sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$\forall a > 0: \sqrt[n]{a} > 0$$

$$\forall a < 0 \wedge n = 2k + 1 \text{ ahol } k \in \mathbb{N} \text{ (} n \text{ páratlan szám): } \sqrt[n]{a} < 0$$

T. $a, b \in \mathbb{R} \wedge n, m, c \in \mathbb{N} \wedge k \in \mathbb{Z} \wedge c \neq 0$

a, **szorzat gyöke** ($\leftarrow$ azonos gyökkitevőjű gyökök szorzata)

mindkét tényezőtől gyököt vonunk (a gyökalapok szorzatából vonunk gyököt)

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[5]{x^2 \cdot y^3} = \sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[5]{y^3}$$

$$\sqrt[7]{x^4} \cdot \sqrt[7]{x^2} = \sqrt[7]{x^4 \cdot x^2} = \sqrt[7]{x^6}$$

b, **hányados gyöke** ($\leftarrow$ azonos gyökkitevőjű gyökök hányadosa)

gyököt vonunk a számlálóból és a nevezőből is (a gyökalapok hányadosából vonunk gyököt)

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$b \neq 0$$

$$\sqrt[5]{\frac{x^2}{y^3}} = \frac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt[5]{y^3}}$$

$$\frac{\sqrt[7]{x^6}}{\sqrt[7]{x^5}} = \sqrt[7]{\frac{x^6}{x^5}} = \sqrt[7]{x}$$

c, **hatvány gyöke** ($\leftarrow$ gyök hatványa)

felcserélhetjük a gyökvonás és a hatványozás sorrendjét

$$\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$$

$$\sqrt[5]{x^2} = (\sqrt[5]{x})^2$$

d, **gyök gyöke** (← összetett számú gyökkitevőjű gyökkifejezés)

a gyökkitevőket összeszorozzuk (gyök gyökeként írhatjuk, ahol a gyökkitevők szorzata az összetett szám)

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

$$\sqrt[5]{\sqrt[7]{x^6}} = \sqrt[35]{x^6}$$

$$\sqrt[24]{y^8} = \sqrt[3]{\sqrt[8]{y^8}} = \sqrt[3]{y}$$

e, **hatvány gyökének bővítése** (← hatvány gyökének egyszerűsítése)

a hatványkitevőt és a gyökkitevőt is megszorozzuk ugyanazzal a számmal (a hatványkitevőt és a gyökkitevőt is elosztjuk ugyanazzal a számmal)

$$\sqrt[n]{a^k} = \sqrt[n \cdot c]{a^{k \cdot c}}$$

$$\sqrt[5]{x^2} = \sqrt[15]{x^6}$$

$$\sqrt[35]{y^{21}} = \sqrt[5]{y^3}$$

részleges gyökvonás (čiasťočné odmocnenie/odmocňovanie) – a gyök alapot olyan szorzatra bontani, hogy az egyik tényezőtől gyököt lehessen vonni

Csak akkor alkalmazzuk, ha az eredeti gyök alapból nem vonható gyök.

M. Ha a gyök alatt egész szám található, akkor a tényezőt a természetes számok megfelelő hatványai között keressük, kezdve a kettő hatványával:

- négyzetgyök esetén a természetes számok négyzetei között: $2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $4^2 = 16$; $5^2 = 25$; ...
- köbgyök esetén a természetes számok köbei között: $2^3 = 8$; $3^3 = 27$; $4^3 = 64$; $5^3 = 125$; ...
- negyedik gyök esetén a természetes számok negyedik hatványai között: $2^4 = 16$; $3^4 = 81$; $4^4 = 256$; $5^4 = 625$; ...

stb.

Mikor gyökünk ismeretlen hatványát tartalmazza, akkor ezt úgy bontjuk azonos alapú hatványok szorzatává, hogy az egyik hatványkitevő a gyökkitevő legnagyobb természetes szorzata legyen, ami még kisebb az eredeti hatványkitevőnél:

- négyzetgyöknél a kettő azon többszöröse, mely még kevesebb a hatványkitevőnél: $\sqrt{x^{19}} = \sqrt{x^{18} \cdot x^1}$
- köbgyöknél a három azon többszöröse, mely még kevesebb a hatványkitevőnél: $\sqrt[3]{x^{14}} = \sqrt[3]{x^{12} \cdot x^2}$
- negyedik gyöknél a négy azon többszöröse, mely még kevesebb a hatványkitevőnél: $\sqrt[4]{x^{23}} = \sqrt[4]{x^{20} \cdot x^3}$

stb.

Általában a gyökök alapja kifejezés, mely együttthatót és ismeretlenek hatványait is tartalmaz, így a két eljárást kombinálnunk kell.

a nevező gyöktelenítése (usmernenie zlomku) – a gyökmennyiség eltüntetése a nevezőből

T. Egy tört értéke nem változik, ha számlálóját és nevezőjét is megszorozzuk (bővítés) vagy elosztjuk (egyszerűsítés) ugyanazzal a nullától különböző számmal vagy kifejezéssel.

M. A nevező gyöktelenítésénél a törtünket bővítjük. Úgy szorozzuk, hogy a nevezőben lévő kifejezésből gyököt vonhassunk. Természetesen a gyökmennyiség nem tűnik el – a számlálóban jelenik meg, hacsak nem tartalmazott már a bővítés előtt is gyököt.

A legegyszerűbb eset, mikor a nevező csak egy gyökkifejezésből áll. Ekkor ugyanazon gyökkitevőjű kifejezéssel szorzunk, hogy a keletkező szorzatból gyököt lehessen vonni – az esetleges együttthatóból is és az esetleges változók hatványaiból is.

$$\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{7}{\sqrt[3]{x^2 y^7}} = \frac{7}{\sqrt[3]{x^2 y^7}} \cdot \frac{\sqrt[3]{x y^2}}{\sqrt[3]{x y^2}} = \frac{7 \cdot \sqrt[3]{x y^2}}{\sqrt[3]{x^2 y^7} \cdot \sqrt[3]{x y^2}} = \frac{7 \sqrt[3]{x y^2}}{\sqrt[3]{x^3 y^9}} = \frac{7 \sqrt[3]{x y^2}}{x y^3}$$

$x, y \neq 0$

$$\frac{\sqrt{7xy^3}}{\sqrt[4]{9x^5 y^{15}}} = \frac{\sqrt{7xy^3}}{\sqrt[4]{3^2 \cdot x^5 y^{15}}} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^2 \cdot x^3 y}}{\sqrt[4]{3^2 \cdot x^3 y}} = \frac{\sqrt{7xy^3} \cdot \sqrt[4]{3^2 \cdot x^3 y}}{\sqrt[4]{3^2 \cdot x^5 y^{15}} \cdot \sqrt[4]{3^2 \cdot x^3 y}} =$$

$x, y > 0$

$$= \frac{\sqrt[4]{7^2 \cdot x^2 \cdot y^6} \sqrt[4]{3^2 \cdot x^3 \cdot y}}{\sqrt[4]{3^4 \cdot x^8 \cdot y^{16}}} = \frac{\sqrt[4]{3^2 \cdot 7^2 \cdot x^5 \cdot y^7}}{3x^2 y^4} = \frac{\sqrt[4]{9 \cdot 49 \cdot x^4 \cdot x \cdot y^4 \cdot y^3}}{3x^2 y^4} = \frac{\sqrt[4]{x y^4} \sqrt[4]{441 x y^3}}{3x^2 y^4} = \frac{\sqrt[4]{441 x y^3}}{3x y^3}$$

Ha a nevezőben összeg vagy különbség van, mely négyzetgyököt tartalmaz, akkor az alábbi képletet használjuk:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$\frac{4}{\sqrt{2}+1} = \frac{4}{\sqrt{2}+1} \cdot \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = \frac{4 \cdot (\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1) \cdot (\sqrt{2}-1)} = \frac{4 \cdot \sqrt{2} - 4}{(\sqrt{2})^2 - 1^2} = \frac{4\sqrt{2} - 4}{2-1} = \frac{4\sqrt{2} - 4}{1} = 4\sqrt{2} - 4$$

$$\frac{x^2 - xy}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{x^2 - xy}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \cdot \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{x(x-y) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{x(x-y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2} = \frac{x(x-y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{x-y} = x(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = x\sqrt{x} + x\sqrt{y}$$

$$x, y > 0; \sqrt{x} \neq \sqrt{y}$$

$$= \frac{x(x-y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2} = \frac{x(x-y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{x-y} = x(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = x\sqrt{x} + x\sqrt{y}$$

Kéttagú kifejezések magasabb gyökeinél bonyolultabb a helyzet, és nem is létezik mindig összefüggés a valós számok körében. Az alábbi képletekre támaszkodhatunk a megfelelő bővítmény keresésekor: $a^3 \pm b^3 =$; $a^4 - b^4 =$; $a^5 \pm b^5 =$; ...

Kettőnél többtagú nevezőt pedig nem szokás gyökteleníteni.

példa:

Mely x-ek esetén van értelmük: $\sqrt{5x+7}$; $\sqrt{4x^2-9}$

$$5x + 7 \geq 0 \quad /-7$$

$$5x \geq -7 \quad /:5$$

$$x \geq -\frac{7}{5}$$

$$x \in \left[-\frac{7}{5}; \infty\right)$$

$$4x^2 - 9 \geq 0 \quad /+9$$

$$4x^2 \geq 9 \quad /:4$$

$$x^2 \geq \frac{9}{4} \quad / \sqrt{\quad}$$

$$|x| \geq \frac{3}{2}$$

$$x \in (-\infty; -1,5) \cup \langle 1,5; \infty)$$

Hajtsunk végre részleges gyökvonást:

$$a, \sqrt{960}$$

$$b, \sqrt{3456}$$

$$c, \sqrt{9072}$$

$$d, \sqrt[3]{9000}$$

$$e, \sqrt[3]{270000}$$

$$\sqrt{960} = \sqrt{16 \cdot 60} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{60} = 4 \cdot \sqrt{4 \cdot 15} = 4 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{15} = 4 \cdot 2 \cdot \sqrt{15} = 8\sqrt{15}$$

$$\sqrt{3456} = \sqrt{36 \cdot 96} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{96} = 6 \cdot \sqrt{4 \cdot 24} = 6 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{24} = 6 \cdot 2 \cdot \sqrt{4 \cdot 6} = 12 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = 12 \cdot 2 \cdot \sqrt{6} = 24\sqrt{6}$$

$$\sqrt{9072} = \sqrt{36 \cdot 252} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{252} = 6 \cdot \sqrt{36 \cdot 7} = 6 \cdot \sqrt{36} \cdot \sqrt{7} = 6 \cdot 6 \cdot \sqrt{7} = 36\sqrt{7}$$

$$\sqrt[3]{9000} = \sqrt[3]{1000 \cdot 9} = \sqrt[3]{1000} \cdot \sqrt[3]{9} = 10\sqrt[3]{9}$$

$$\sqrt[3]{270000} = \sqrt[3]{1000 \cdot 270} = \sqrt[3]{1000} \cdot \sqrt[3]{270} = 10 \cdot \sqrt[3]{27 \cdot 10} = 10 \cdot \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{10} = 10 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{10} = 30\sqrt[3]{10}$$

Számítsuk ki, és határozzuk meg, hogy mikor van az adott kifejezéseknek értelmük:

$$a, \sqrt[4]{\sqrt[5]{x^{n+1}}}$$

$$b, \sqrt[3]{x^2} \sqrt[4]{x^7} \sqrt[6]{x^{17}}$$

$$c, \sqrt{\frac{x^3}{y^3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{y^5}{x^5}} \cdot \sqrt[6]{\frac{x^7}{y^7}}$$

$$d, \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[12]{3}$$

$$e, \sqrt{8} \cdot \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[4]{32} \cdot \sqrt[12]{128}$$

$$\sqrt[4]{\sqrt[5]{x^{n+1}}} = \sqrt[20]{x^{n+1}} \quad x \geq 0$$

$$\sqrt[3]{x^2} \sqrt[4]{x^7} \sqrt[6]{x^{17}} = \sqrt[12]{(x^2)^4} \sqrt[12]{(x^7)^3} \sqrt[12]{(x^{17})^2} = \sqrt[12]{x^8 \cdot x^{21} \cdot x^{34}} = \sqrt[12]{x^{63}} = \sqrt[12]{x^{63}} \quad x > 0$$

$$\sqrt{\frac{x^3}{y^3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{y^5}{x^5}} \cdot \sqrt[6]{\frac{x^7}{y^7}} = \sqrt{\left(\frac{x^3}{y^3}\right)^6} \cdot \sqrt[12]{\left(\frac{y^5}{x^5}\right)^3} \cdot \sqrt[12]{\left(\frac{x^7}{y^7}\right)^2} = \sqrt{\frac{x^{18}}{y^{18}}} \cdot \sqrt[12]{\frac{y^{15}}{x^{15}}} \cdot \sqrt[12]{\frac{x^{14}}{y^{14}}} = \sqrt{\frac{x^{18}}{y^{18}}} \cdot \sqrt[12]{\frac{x^{12}}{y^{12}}} \cdot \sqrt[12]{\frac{x^5}{y^5}} = \frac{x^{12}}{y^{12}} \cdot \sqrt[12]{\frac{x^5}{y^5}} \quad x, y > 0$$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[12]{3} = \sqrt[12]{3^6} \cdot \sqrt[12]{3^4} \cdot \sqrt[12]{3^3} \cdot \sqrt[12]{3^2} \cdot \sqrt[12]{3} = \sqrt[12]{3^6 \cdot 3^4 \cdot 3^3 \cdot 3^2 \cdot 3} = \sqrt[12]{3^{16}} = \sqrt[3]{3^4} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3} = 3\sqrt[3]{3}$$

$$\sqrt{8} \cdot \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[4]{32} \cdot \sqrt[12]{128} = \sqrt{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^4} \cdot \sqrt[4]{2^5} \cdot \sqrt[12]{2^7} = \sqrt{(2^3)^6} \cdot \sqrt[3]{(2^4)^4} \cdot \sqrt[4]{(2^5)^3} \cdot \sqrt[12]{2^7} = \sqrt[12]{2^{18}} \cdot \sqrt[12]{2^{16}} \cdot \sqrt[12]{2^{15}} \cdot \sqrt[12]{2^7} = \sqrt[12]{2^{56}} = \sqrt[3]{2^{14}} = \sqrt[3]{2^{12} \cdot 2^2} = 2^4 \cdot \sqrt[3]{2^2} = 16\sqrt[3]{4}$$

Gyöktelenítsük az alábbi törtek nevezőit:

$$a, \frac{16}{\sqrt{8}}$$

$$b, \frac{4+\sqrt{12}}{\sqrt{2}}$$

$$c, \frac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$d, \frac{x^3}{\sqrt{x}}$$

$$e, \frac{a+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$\frac{16}{\sqrt{8}} = \frac{16}{\sqrt{8}} \cdot \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \frac{16 \cdot \sqrt{8}}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{8}} = \frac{16\sqrt{8}}{\sqrt{8^2}} = \frac{16\sqrt{8}}{8} = 2\sqrt{8}$$

$$\frac{4+\sqrt{12}}{\sqrt{2}} = \frac{4+\sqrt{12}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{(4+\sqrt{12}) \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{4 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{12} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{4\sqrt{2} + \sqrt{24}}{2} = \frac{4\sqrt{2} + \sqrt{4 \cdot 6}}{2} = \frac{4\sqrt{2} + 2\sqrt{6}}{2} = \frac{2(2\sqrt{2} + \sqrt{6})}{2} = 2\sqrt{2} + \sqrt{6}$$

$$\frac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{(3-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{3 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{3\sqrt{3} - 3\sqrt{2} - \sqrt{6} + 2}{3-2} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{2} - \sqrt{6} + 2$$

$$\frac{x^3}{\sqrt{x}} = \frac{x^3}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{x^3 \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{x^3 \sqrt{x}}{\sqrt{x^2}} = \frac{x^3 \sqrt{x}}{x} = x^2 \sqrt{x}$$

$$\frac{a+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{a+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{(a+b) \cdot (\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{a \cdot \sqrt{a} - a \cdot \sqrt{b} + b \cdot \sqrt{a} - b \cdot \sqrt{b}}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2} = \frac{a \cdot \sqrt{a} - a \cdot \sqrt{b} + b \cdot \sqrt{a} - b \cdot \sqrt{b}}{a-b}$$

Mely x értékek esetén van értelmük az alábbi kifejezéseknek:

$$a, \sqrt{2x-1},$$

$$b, \sqrt{1-3x}$$

$$c, \sqrt{-x}$$

$$d, \sqrt{x^2-1}$$

Végezzük el a részleges gyökvonást:

$$a, \sqrt{50},$$

$$b, \sqrt{112},$$

$$c, \sqrt[3]{54},$$

$$d, \sqrt[3]{9\,000},$$

$$e, \sqrt{46\,208}$$

Alakítsátok át a kifejezéseket a gyökökkel való számolásra vonatkozó tételek alapján, és tüntessétek fel, mikor van az adott kifejezésnek értelme:

$$a, \sqrt{5}\sqrt{125}$$

$$b, \sqrt{72}\sqrt{2}$$

$$c, \sqrt{5}\sqrt{10}\sqrt{180}\sqrt{40}$$

$$d, \sqrt[3]{1,6}\sqrt[3]{8,8}\sqrt[3]{0,66}\sqrt[3]{25}$$

$$e, \sqrt[3]{3\frac{1}{7}}\sqrt[3]{2,4}\sqrt[3]{7,6}$$

$$f, \sqrt[3]{a^{r-1}}\sqrt[3]{a^{4-r}}\sqrt[3]{a^{3(r-1)}}$$

$$g, \sqrt[4]{x^7}\sqrt[4]{27x^3}\sqrt[4]{27x}$$

Alakítsátok át a kifejezéseket a gyökökkel való számolásra vonatkozó képletek alapján és tüntessétek fel, mikor van az adott kifejezésnek értelme:

$$a, \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[12]{2}$$

$$b, \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[12]{16}$$

$$c, \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[15]{32}$$

$$d, 2\sqrt{6} \cdot \sqrt[4]{12} \cdot \sqrt[8]{24}$$

$$e, \sqrt[18]{x^{4n+6}} \cdot \sqrt[12]{x^{2n+3}}$$

$$f, \sqrt[15]{a^{2x+3y}} \cdot \sqrt[12]{a^{2y-3x}}$$

$$g, \sqrt[n]{a^{1-2n}} \cdot \sqrt[n+1]{a} \cdot \sqrt[n]{a^{n-1}} \cdot \sqrt[n+1]{a^{1+2n}}$$

$$h, \sqrt[3]{x^{2n-5}} \cdot \sqrt[5]{x^{4n-5}}$$

Gyöktelenítsék a törtek nevezőjét:

$$a, \frac{8}{\sqrt{2}}$$

$$b, \frac{15}{\sqrt{3}}$$

$$c, \frac{3-\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$$

$$d, \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$e, \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-4}$$

$$f, \frac{6}{\sqrt{11}-\sqrt{10}}$$

$$g, \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}-5\sqrt{5}}$$

$$h, \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+3}$$

$$i, \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$$