

Algebraický (algebraický) výraz

D. Algebraický výraz je matematický zápis, ktorý obsahuje aspoň jednu premennú (písmeno).

okrem toho **môže** obsahovať:

- čísla
- matematické operácie (súčet, rozdiel, súčin, podiel, mocninu, odmocninu)
- konštanty (π , e , ...)
- zátvorky – ovplyvnia poradie (prioritu) operácií

výrazy môžeme triediť a nazvať z rôznych hľadísk

a, podľa **počtu premenných** – výraz s jednou premennou, s dvomi, s tromi premennými, ...

$$2x^2 - 3x;$$

$$5xy^3;$$

$$xy - 4y^4z^3 + 7xz + xyz$$

D. Členy vo výrazoch rozdeľujú + a –.

D. Číslo, ktoré násobí premennú/premenné spolu aj so znamienkom, sa volá **koefficient** toho člena.

P. V jednotlivých členoch by sme mali usporiadať premenné podľa abecedy a koefficient by sme mali písať dopredu.

b, podľa **počtu členov** – jednočlenný výraz, dvojčlenný, trojčlenný, ...

$$3xy;$$

$$2x^2 - xy;$$

$$-a + 2ab - 7b^2$$

mnohočlen (polynóm) – ak nechceme špecifikovať počet členov, použijeme tento všeobecný názov

c, podľa **najvyššej mocniny premennej** (iba výrazy s jednou premennou) – výraz prvého stupňa (lineárny), druhého stupňa (kvadratický), tretieho stupňa (kubický), ...

$$7x + 5;$$

$$3x^2 - 2x + 4;$$

$$-x^3 + 3x;$$

$$6x^9 - 5x^6 - 4x^4 + 7$$

P. Členy by sme mali usporiadať podľa mocniteľov – od najväčšieho až po najmenší (ak nie sú usporiadané, nie je to chyba).

hlavný koefficient – koefficient člena s najväčšou mocninou

členy vo výrazoch s jednou premennou môžeme nazvať podľa mocniny premennej a takisto aj ich koefficienty

$$6x^9 - \text{člen deviateho stupňa} \leftrightarrow 6 - \text{koefficient člena deviateho stupňa}$$

$$-5x^6 - \text{člen šiesteho stupňa} \leftrightarrow -5 - \text{koefficient člena šiesteho stupňa}$$

$$-x^3 - \text{člen tretieho stupňa (kubický)} \leftrightarrow -1 - \text{koefficient kubického člena}$$

$$3x^2 - \text{člen druhého stupňa (kvadratický)} \leftrightarrow 3 - \text{koefficient kvadratického člena}$$

$$7x - \text{člen prvého stupňa (lineárny)} \leftrightarrow 7 - \text{koefficient lineárneho člena}$$

$$5 - \text{člen nultého stupňa (absolútny alebo konštantný)}$$

V. Iba členy s rovnakou mocninou tých istých premenných môžeme zlúčiť.

Zlúčte:

$$a, 12x + (7y - 3x) + 6x$$

$$b, (4b^2 - 5ab + 4a^2) - (2a^2 - 7ab + 2b^2) - (8b^2 - 6a^2)$$

$$12x + (7y - 3x) + 6x = 12x + 7y - 3x + 6x = 15x + 7y$$

$$(4b^2 - 5ab + 4a^2) - (2a^2 - 7ab + 2b^2) - (8b^2 - 6a^2) = 4b^2 - 5ab + 4a^2 - 2a^2 + 7ab - 2b^2 - 8b^2 + 6a^2 = 8a^2 + 2ab - 6b^2$$

Násobenie jednočlena s mnohočlenom – každý člen polynómu násobíme s tým jednočlenom

P. Počet vzniknutých členov sa rovná počtu členov mnohočlena.

$$7x^3y^2(2x^4y^2 - 3x^3y^3 + 5xy^3) = 7x^3y^2 \cdot 2x^4y^2 + 7x^3y^2 \cdot (-3x^3y^3) + 7x^3y^2 \cdot 5xy^3 = 14x^7y^4 - 21x^6y^5 + 35x^4y^5$$

$$(4a^3b^2 + 2a^2b^3 - 6a^2b^4)(3a^4b^3) = 4a^3b^2 \cdot 3a^4b^3 + 2a^2b^3 \cdot 3a^4b^3 - 6a^2b^4 \cdot 3a^4b^3 = 12a^7b^5 + 6a^6b^6 - 18a^6b^7$$

Násobenie mnohočlena s mnohočlenom – každý člen polynómu násobíme s každým členom druhého mnohočlena

P. Počet vzniknutých členov po roznásobení zátvoriek (pred zlúčením členov) sa rovná súčinu počtov pôvodných mnohočlenov.

$$(5x^3 - 3x^2 + 8x - 6)(2x + 7) = 5x^3 \cdot 2x + 5x^3 \cdot 7 - 3x^2 \cdot 2x - 3x^2 \cdot 7 + 8x \cdot 2x + 8x \cdot 7 - 6 \cdot 2x - 6 \cdot 7 = 10x^4 + 35x^3 - 6x^3 - 21x^2 + 16x^2 + 56x - 12x - 42 = 10x^4 + 29x^3 - 5x^2 + 44x - 42$$

Delenie mnohočlena s jednočlenom – každý člen polynómu delíme s tým jednočlenom

P. Nezabudnime zabezpečiť, aby sme nedelili nulou → napísať podmienku.

$$(28x^6 - 20x^4 + 12x^3 - 8x^2):(4x^2) = \frac{28x^6 - 20x^4 + 12x^3 - 8x^2}{4x^2} = \frac{28x^6}{4x^2} - \frac{20x^4}{4x^2} + \frac{12x^3}{4x^2} - \frac{8x^2}{4x^2} = 7x^4 - 5x^2 + 3x - 2$$

$$4x^2 \neq 0 \rightarrow x \neq 0$$

- ak člen nie je deliteľný s deliteľom, potom ho napíšeme ako lomený výraz v základnom tvare

$$(15x^5 + 6x^4 - 12x^3 - 16x + 3):(3x^3) = 5x^2 + 2x - 4 - \frac{16}{3x^2} + \frac{1}{x^3} \quad 3x^3 \neq 0 \rightarrow x \neq 0$$

Delenie mnohočlena s mnohočlenom

- musíme najprv usporiadať aj delenec aj deliteľ podľa veľkosti mocnín
- vždy delíme člen delenca s najväčšou mocninou s členom deliteľa s najväčšou mocninou
- podiel zapíšeme a spätne vynásobíme s deliteľom – súčiny píšeme pod príslušné členy delenca
- potom odčítame jednotlivé členy a pokračujeme s ďalším delením

$$(7x^2 - 14x^3 + 12x^4 - 23x + 14):(3x - 2) = \quad 3x - 2 \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r} (12x^4 - 14x^3 + 7x^2 - 23x + 14):(3x - 2) = 4x^3 - 2x^2 + x - 7 \\ -(12x^4 - 8x^3) \\ \hline 0 - 6x^3 + 7x^2 \\ -(-6x^3 + 4x^2) \\ \hline 0 + 3x^2 - 23x \\ -(3x^2 - 2x) \\ \hline 0 - 21x + 14 \\ -(-21x + 14) \\ \hline 0 \quad 0 \end{array}$$

P. Správnosť delenia môžeme skontrolovať vynásobením deliteľa s podielom – mali by sme dostať späť delenec.

- ak pri delení ostane zvyšok máme dve možnosti

$$\begin{array}{r} (5x^3 - 3x^2 + 9x + 7):(x + 3) = 5x^2 - 18x + 63 \\ -(5x^3 + 15x^2) \\ \hline 0 - 18x^2 + 9x \\ -(-18x^2 - 54x) \\ \hline 0 + 63x + 7 \\ -(63x + 183) \\ \hline 0 - 176 \end{array} \quad x + 3 \neq 0 \rightarrow x \neq -3$$

a, povieme, že výraz $5x^3 - 3x^2 + 9x + 7$ (delenec) obsahuje výraz $x + 3$ (deliteľ) $5x^2 - 18x + 63$ -krát (čiastočný podiel) a zvyšok je -176

alebo

b, zvyšok napíšeme za podielom v tvare lomeného výrazu s deliteľom ako menovateľom:

$$(5x^3 - 3x^2 + 9x + 7):(x + 3) = 5x^2 - 18x + 63 - \frac{176}{x+3}$$

Zlúčte:

$$a, \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^3 + \frac{2}{5}x^2 + y^3 - 2x^2$$

$$b, 3ab - 4a^2b + 7ab - 2a^2b + 5ab - a^2b$$

$$c, 3,89a + 0,11a - 2,5a - b - a + 1,5b$$

$$d, \frac{1}{2}a^2b + \frac{2}{3}ab^2 - a^2b - \frac{1}{5}ab^2 + 2a^2b$$

$$e, \frac{4}{5}xy - \frac{2}{3}xyz + \frac{2}{5}xyz + 0,3xy$$

$$f, 0,75p^2qr - 0,5pq^2r - 1,2p^2qr + 1,3pq^2r - pqr$$

Vynásobte:

$$a, 3 \cdot (a - 2b + 5c)$$

$$b, x \cdot (x^4 - x^3 + x)$$

$$c, 3x^2 \cdot (2x + 4x^2y - xy^3)$$

$$d, 5xy^2 \cdot (2x^3y + 3x^2y^4 - 5x^5y^2)$$

$$e, (4x^3y^7 - 6x^6y^3 - 7x^2y + xy^5) \cdot 15x^4y^3$$

$$f, \left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{5}{4}x^2$$

$$g, 1\frac{3}{4}x^5 \cdot \left(0,8x^3 - \frac{1}{3}x^2 + 1,5x\right)$$

$$h, \frac{3}{4}x^5y^6 \left(0,2x^7y^2 - \frac{5}{6}x^3y^5 + 3,6xy^2\right)$$

Vypočítajte:

$$a, (a + b)(c + d)$$

$$b, (a - b)(c - d)$$

$$c, (a + 2)(a + 3)$$

$$d, (2x - 1)(5 - 3x)$$

$$e, (3x + 2y)(2x + 3y)$$

$$f, (3a^2 - 2b)(2a^2 + 3b)$$

$$g, (3ab - 4a^2)(5a + 2b)$$

Vypočítajte:

$$a, (x - 2)(x + 3) + (x + 2)(x - 3)$$

$$b, (a - 3)(a + 4) - (a - 2)(a + 5)$$

$$c, (4b^2 + 2a^2 - 4ab)(2a^2 + 3ab - 3b^2)$$

$$d, (x - a)(x - b)(x - c)$$

$$e, (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x^2 - 1)$$

$$f, (a - b + c)(a + b - c)(-a + b + c)$$