

Číselné množiny

dve binárne operácie – súčet $\oplus$ a súčin $\otimes$

rozdiel môžeme vyjadriť pomocou súčtu: pripočítame opačné číslo

podiel môžeme vyjadriť pomocou súčinu: násobíme prevrátenou hodnotou deliteľa

1. Prirodzené čísla $\mathbb{N}$ – naturalis (lat.: prirodzené)

$\forall a; b; c \in \mathbb{N}$

$\oplus$

$$a + b = b + a$$

komutatívny

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

asociatívny

$\otimes$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

komutatívny

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

asociatívny

$$\exists 1: a \cdot 1 = a$$

(multiplikatívny) neutrálny prvok

$(\oplus; \otimes)$

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

distributívnosť $\otimes$ vzhľadom na $\oplus$

→ roznásobenie; ← vynímanie pred zátvorku

ale: $\exists a - b \notin \mathbb{N}$

2. Celé čísla $\mathbb{Z}$ – Zahlen (nem.: čísla)

každá ďalšia, bohatšia číselná množina zdedí vlastnosti predchádzajúcich množín

$\forall a; b; c \in \mathbb{Z}$

$\oplus$

komutatívny, asociatívny

$$\exists 0: a + 0 = a$$

(aditívny) neutrálny prvok

$$\exists -a: a + (-a) = 0$$

(aditívny) inverzný prvok (opačné číslo)

$\otimes$

K; A; N.P.

$(\oplus; \otimes)$

distributívnosť

ale: $\exists a : b \notin \mathbb{Z}$

3. Racionálne čísla $\mathbb{Q}$ – quotiens (lat.: koľkokrát?)

$\forall a; b; c \in \mathbb{Q}$

$\oplus$

K; A; N.P.; I.P.

$\otimes$

K; A; N.P.

$$\exists \frac{1}{a}: a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

(multiplikatívny) inverzný prvok (prevrátená hodnota)

$(\oplus; \otimes)$

D

počítanie so zlomkami:

$$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}; \forall c \neq 0$$

→ rozšírenie zlomku; ← zjednodušenie (krátenie) zlomku

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd}$$

súčet a rozdiel: spoločný menovateľ – najmenší spoločný násobok

$$c \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot c = \frac{ca}{b}$$

súčin

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$c : \frac{a}{b} = c \cdot \frac{b}{a} = \frac{cb}{a}$$

podiel

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

ale: $\exists \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

4. Iracionálne čísla $\mathbb{Q}'$ ($\mathbb{Q}^*$)

a, desatinné číslo s konečným desatinným rozvojom

$$1,574 = \frac{1574}{1000} \Rightarrow \text{sú racionálne } (\in \mathbb{Q})$$

b, desatinné číslo s nekonečným desatinným rozvojom s periódou (periodické)

$$\begin{array}{rcl} 1, \overline{574} = x & & / .1\ 000 \\ \underline{1574, \overline{574} = 1\ 000x} & & / \text{II.} - \text{I.} \\ 1573 = 999x & & / :999 \\ x = \frac{1573}{999} & \Rightarrow & \text{sú racionálne } (\in \mathbb{Q}) \end{array}$$

$$r = \frac{p}{q} = \frac{r \cdot 10^d - r}{10^d - 1}, \text{ kde } d \text{ je dĺžka periódy}$$

c, desatinné číslo s nekonečným desatinným rozvojom bez periódy $\in \mathbb{Q}'$

sem patria: odmocniny, konštanty

Pytagorova konštanta: $\sqrt{2} \doteq 1,414\ 213\ 562$

Theodorova konštanta: $\sqrt{3} \doteq 1,732\ 050\ 807$

pomer zlatého rezu: $\varphi \doteq 1,618\ 033\ 988$

Ludolfovo číslo: $\pi \doteq 3,141\ 592\ 653$

Eulerovo číslo (Napierova konštanta): $e \doteq 2,718\ 281\ 828$

5. Reálne čísla $\mathbb{R}$ – realis (lat.: reálne)

$\forall a; b; c; d \in \mathbb{R}$

$\oplus$

$$a + b = b + a$$

komutatívny

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

asociatívny

$$\exists 0: a + 0 = a$$

neutrálny prvok

$$\exists -a: a + (-a) = 0$$

inverzný prvok

$\otimes$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

komutatívny

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

asociatívny

$$\exists 1: a \cdot 1 = a$$

neutrálny prvok

$$\exists \frac{1}{a}: a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

inverzný prvok

$(\oplus; \otimes)$

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

distributívnosť násobenia vzhľadom na sčítanie

$$\text{V. } a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$$

riešenie rovníc vyššieho stupňa rozložením na súčin

$$a = b \Rightarrow a + c = b + c$$

prenášanie čísel a členov pri riešení rovníc (ekvivalentná úprava)

$$\forall c \neq 0: a = b \Rightarrow a \cdot c = b \cdot c$$

násobenie rovnice s nenulovým číslom, výrazom (E.Ú.)

$$a = b \wedge c = d \Rightarrow a + c = b + d$$

zlúčenie rovníc pri riešení sústav

$$\text{V. } a \cdot b > 0 \Rightarrow (a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0)$$

riešenie nerovníc vyššieho stupňa rozložením na súčin

$$a \cdot b < 0 \Rightarrow (a > 0 \wedge b < 0) \vee (a < 0 \wedge b > 0)$$

alebo v nerovnici s lomeným výrazom

$$a > b \Rightarrow a + c > b + c$$

prenášanie čísel a členov pri riešení nerovníc (E.Ú.)

$$\forall c > 0: a > b \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c$$

odstránenie lomeného výrazu v nerovnici

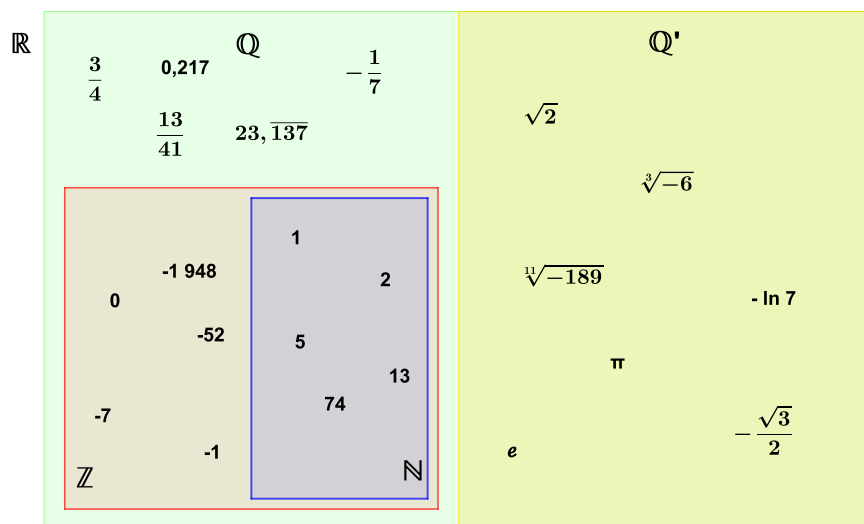
$$\forall c < 0: a > b \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c$$

$$a > b \wedge c > d \Rightarrow a + c > b + d$$

zlúčenie nerovníc

$$\text{V. } a^2 \geq 0 \wedge a \neq 0 \Rightarrow a^2 > 0$$

druhá mocnina čísel je vždy kladná hodnota (okrem 0)



ale: $\exists \sqrt{-1} \notin \mathbb{R}$

potrebujeme bohatšiu číselnú množinu, v ktorej vieme riešiť túto rovnicu $\Rightarrow$ **komplexné čísla** $\mathbb{C}$