

Egész kitevőjű hatványok (Mocniny s celočíselným mocniteľom)

$$a^z = b$$

$$a \in \mathbb{R} \wedge z \in \mathbb{Z}$$

a a z -ediken (a z -edik hatványa)

a	hatványalap (základ mocniny – mocnenec)
z	hatványkitevő (mocniteľ – exponent)
b	hatványérték (hodnota mocniny)
a^z	hatvány (mocnina)

D.

a, ha $z > 0$

$$a^z := \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{z \text{ tényező}}$$

b, ha $z = 0$

$$a^0 := 1 \quad a \neq 0$$

c, ha $z < 0$

$$a^z := \frac{1}{a^{-z}}$$

pl.

$$7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$$

$$0,2^4 = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,0016$$

$$(-3)^5 = -3 \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243$$

$$4^0 = 1$$

$$(-0,3)^0 = 1$$

$$1279^0 = 1$$

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = 0,04$$

$$(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -0,125$$

$$x^5 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$$

$$y^{-3} = \frac{1}{y^3} = \frac{1}{y \cdot y \cdot y}$$

M. Az egyet mint kitevő nem írjuk (ha mégis szerepel, nem számít hibának).
az x^1 helyett elegendő x

M.

$$\neq 0^0$$

T.

$$\forall a \in \mathbb{R}: a^1 = a$$

$$\forall z \in \mathbb{N}: 0^z = 0$$

$$\forall z: 1^z = 1$$

$$\forall a > 0: a^z > 0$$

$$\forall a < 0:$$

$$\text{ha } z = 2k \quad k \in \mathbb{Z} \text{ (} z \text{ páros szám)} \quad \Rightarrow a^z > 0$$

$$\text{ha } z = 2k + 1 \quad k \in \mathbb{Z} \text{ (} z \text{ páratlan szám)} \quad \Rightarrow a^z < 0$$

$$(-3)^4 = 81; (-2)^{-6} = \frac{1}{(-2)^6} = \frac{1}{64}; \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16};$$

$$(-2)^5 = -32; (-3)^{-3} = \frac{1}{(-3)^3} = \frac{1}{-27} = -\frac{1}{27}; \left(-\frac{1}{5}\right)^3 = -\frac{1}{125}$$

T. $a, b \in \mathbb{R} \wedge m, n \in \mathbb{Z}$

a, **azonos alapú hatványok szorzata** ($\leftarrow$ hatvány azonos alapú hatványok szorzatára bontása)

a közös alapot leírjuk, a kitevőket pedig összeadjuk (a kitevőt két szám összegére bontjuk, ezek lesznek a kitevők)

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$x^2 \cdot x^9 = x^{11}$$

$$y^{18} = y^{14} \cdot y^4 = y^{15} \cdot y^3 = y^{11} \cdot y^7 = y^{33} \cdot y^{-15} = \dots$$

b, **azonos alapú hatványok hányadosa** ($\leftarrow$ hatvány azonos alapú hatványok hányadosára bontása)

a közös alapot leírjuk, a kitevőket pedig kivonjuk egymásból (a kitevőt két szám különbségére bontjuk, ezek lesznek a kitevők)

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad a \neq 0$$

$$\frac{x^2}{x^9} = x^{-7}$$

$$y^{18} = \frac{y^{29}}{y^{11}} = \frac{y^{21}}{y^3} = \frac{y^{47}}{y^{29}} = \frac{y^6}{y^{-12}} = \dots$$

c, **szorzat hatványa** (← azonos kitevőjű hatványok szorzata)
minden tényezőt hatványozunk (az alapok szorzatát hatványozzuk)

$$(a.b)^n = a^n.b^n$$

$$(x.y)^9 = x^9.y^9$$

$$x^{18}.y^{18} = (x.y)^{18}$$

d, **hányados hatványa** (← azonos kitevőjű hatványok hányadosa)
a számlálót és a nevezőt is hatványozzuk (az alapok hányadosát hatványozzuk)

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$b \neq 0$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^9 = \frac{x^9}{y^9}$$

$$\frac{x^{18}}{y^{18}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{18}$$

e, **hatvány hatványa** (← összetett számú kitevőjű hatvány)
az alapot a kitevők szorzatára emeljük (hatvány hatványaként írjuk, ahol a két kitevő szorzata adja az összetett számú kitevőt)

$$(a^n)^m = a^{n.m}$$

$$(x^2)^9 = x^{18}$$

$$y^{24} = (y^4)^6 = (y^8)^3 = (y^2)^{12}$$

M. $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0$
de $\frac{a^n}{a^n} = 1 \Rightarrow$ ezért kell, hogy az a^0 egy legyen

példa:

Az alábbi kifejezéseket alakítsuk át, hogy ne tartalmazzanak törtet:

$$a, \frac{a}{b^3}$$

$$b, \frac{4x}{y^{-5}}$$

$$c, \frac{xy^4}{x^{-3}y^2}$$

$$d, \frac{a^2b^{-2}}{cb^{-3}}$$

$$e, \frac{a^{-1}b^{-3}}{2a^6b^{-4}}$$

$$\frac{a}{b^3} = a.b^{-3}$$

$$\frac{4x}{y^{-5}} = 4x.y^5$$

$$\frac{xy^4}{x^{-3}y^2} = xy^4.x^3y^{-2} = x^{1+3}y^{4+(-2)} = x^4y^2$$

$$\frac{a^2b^{-2}}{cb^{-3}} = a^2b^{-2}.c^{-1}b^3 = a^2b^{-2+3}c^{-1} = a^2bc^{-1}$$

$$\frac{a^{-1}b^{-3}}{2a^6b^{-4}} = a^{-1}b^{-3}.2^{-1}a^{-6}b^4 = 2^{-1}a^{-1+(-6)}b^{-3+4} = 2^{-1}a^{-7}b$$

Az alábbi kifejezésekből tüntessük el a negatív kitevőket:

$$a, 2x^{-4}$$

$$b, a^0b^{-5}$$

$$c, 3y^{-2}$$

$$d, 6a^{-5}b^7$$

$$e, \frac{a^{-4}}{b^{-7}}$$

$$f, \frac{x^{-2}yz^{-1}}{a^{-5}bc^{-3}}$$

$$2x^{-4} = \frac{2}{x^4}$$

$$a^0b^{-5} = \frac{1}{b^5}$$

$$3y^{-2} = \frac{3}{y^2}$$

$$6a^{-5}b^7 = \frac{6b^7}{a^5}$$

$$\frac{a^{-4}}{b^{-7}} = \frac{\frac{1}{a^4}}{\frac{1}{b^7}} = \frac{1}{a^4} \cdot \frac{b^7}{1} = \frac{b^7}{a^4}$$

$$\frac{x^{-2}yz^{-1}}{a^{-5}bc^{-3}} = \frac{a^5yc^3}{x^2bz}$$

Számítsuk ki:

$$5a^7 \cdot 6a^3 \cdot a^2; a^{-3}a^4a^{-5}; 4x \cdot 3x^{-3}x^{-4}; \frac{x^2y^3}{4a^2b^4} : \left(\frac{27x^3b^5}{64ay^2} : \frac{9a^4b^2}{8x^2y^3} \right)$$

$$5a^7 \cdot 6a^3 \cdot a^2 = 30 \cdot a^{7+3+2} = 30a^{12}$$

$$a^{-3}a^4a^{-5} = a^{-3+4+(-5)} = a^{-4} = \frac{1}{a^4}$$

$$4x \cdot 3x^{-3}x^{-4} = 12 \cdot x^{1+(-3)+(-4)} = 12x^{-6} = \frac{12}{x^6}$$

$$\frac{x^2y^3}{4a^2b^4} : \left(\frac{27x^3b^5}{64ay^2} : \frac{9a^4b^2}{8x^2y^3} \right) = \frac{x^2y^3}{4a^2b^4} : \left(\frac{27x^3b^5}{64ay^2} \cdot \frac{8x^2y^3}{9a^4b^2} \right) = \frac{x^2y^3}{4a^2b^4} : \frac{3x^5b^3y}{8a^5} = \frac{x^2y^3}{4a^2b^4} \cdot \frac{8a^5}{3x^5b^3y} = \frac{2a^3y^2}{3b^7x^3}$$

Számítsuk ki:

$$a, \left(\frac{9}{12} \right)^0 - (-2)^{-2} + \left(-\frac{2}{5} \right)^{-2} - \left(-\frac{3}{4} \right)^{-2} + \left(-\frac{6}{7} \right)^{-2}$$

$$b, (-0,2)^{-2} - (-8)^0 + (-2)^{-3} + (-6)^2 - (-4)^{-2}$$

$$c, (-3)^{-2} + (-5)^3 - (-2)^4 + (-3)^{-3} + 15^0 - 0,3^{-2}$$

Számítsuk ki:

$$a, 3a^3 \cdot 4a^2 \cdot a^4$$

$$b, (-6a^3)(-4a^2)(-7a)$$

$$c, 3n^2 \cdot (-4n^2) \cdot 3(-n)^3$$

$$d, 4n^2 \cdot 3(-n^3)(-2n^4)$$

$$e, 4x^2(-3x) \cdot 4x^7$$

$$f, 4(-x)^3 \cdot y^2 \cdot 3(-y)^4(-y)^6$$

Hozzuk olyan alakra a törtet, melynek számlálójában csak az 1 szerepel:

$$a, \frac{x^3y^5}{x^4y^6}$$

$$b, \frac{a^{n-4}b^{4n-1}}{a^{-2} \cdot (ab^2)^{2n-1}}$$

$$c, \frac{6r^{2n}s^{2-n}}{18r^ks^{k+1}}$$

Számítsuk ki:

$$a, x^m x^3 x x^{-2}$$

$$b, x^3 + a x^a - 4 x^{2a} - 5 x^{7-3a}$$

$$c, m^{3a-2} m^{3a+2} m^{4-9a} m^{-4+3a}$$

Számítsuk ki azon feltevés mellett, hogy egyik sem egyenlő nullával:

$$a, \left(\frac{6ax^2}{4y^2x} : \frac{9xz^2}{16ay^3} \right) : \frac{36yz^2}{196a^3x}$$

$$b, \frac{ab^2}{3x^4y^3} : \left(\frac{8a^2x}{81yb^3} : \frac{9x^3y^4}{32a^2b} \right)$$